Fonctions périodiques

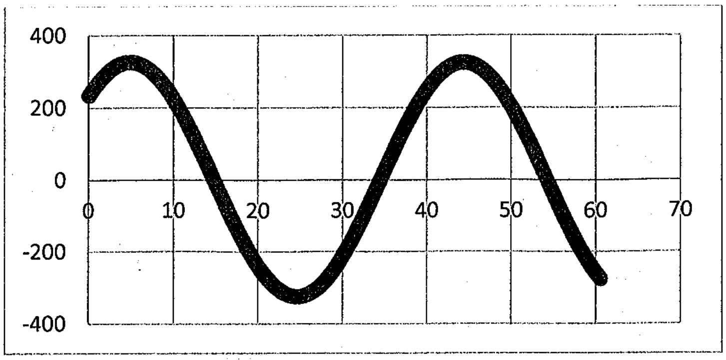
(a) $T = \frac{2\pi}{\omega}$, $f = \frac{\omega}{2\pi}$. $u(t) = u(t+T) = A\cos(\omega(t+T)+\varphi) = A\cos(\omega t+\omega T+\varphi) = A\cos(\omega t + 2\pi + \varphi)$ $= A\cos(\omega t+\varphi)$

(b) $u^2(t) = \frac{A^2}{2}(1+\cos(2\omega t+2\varphi))$ à l'aide de la formule $2\cos^2 x = 1+\cos 2x$....

Mais intégrer un cosinus sur une période donne 0 (faites-le !), et on obtient donc : $U_{eff}^2 = \frac{A^2}{2}$, donc $U_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}} \simeq 0.707\,A$. On remarque que U_{eff} ne dépend pas de ω !

(c) $f = 50$ donc $\omega \simeq 314$. $A = 230\sqrt{2} \simeq 325V$.

(d)



(e) La dérivée de u est $\frac{du}{dt}(t) = -A\omega\sin(\omega t+\varphi)$, donc la dérivée seconde vaut $\frac{d^2u}{dt^2}(t) = -A\omega^2\cos(\omega t+\varphi) = -\omega^2 u(t)$, d'où le résultat.

(f) $U(t) = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t+\varphi)$ $U(t=0) = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow U(t) = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t)$

Surface de l'orbite de la Terre

Le quart d'ellipse supérieur droit a pour équation $y = b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$, donc la surface cherchée est $4b\int_0^a \sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\,dx$, autrement dit $4ab\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\,d\theta$ avec le changement de variable $x = a\sin\theta$.

En utilisant $\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$, on en déduit le résultat est πab.

AN : $S = 2,24.10^16$ km^2.

Le rayon serait tel que $\pi r^2 = \pi ab$, donc $r = \sqrt{ab}$, autrement dit le rayon est la moyenne géométrique de a et de b.

Statistique à une variable

1) Pour calculer la moyenne de cette série statistique, on prend en compte le milieu des classes, à savoir :

Intervalle de durée	[0;2[	[2;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;12[
Milieu des classes	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**
Effectif	14	16	25	15	17	13

La durée moyenne d'un appel vaut donc $\bar{x} = \frac{1\times 14+3\times 16+.......+9\times 17+11\times 13}{100} = \frac{588}{100} = 5,88$ minutes, soit 5 minutes et $0,88\times 60 = 52,8$ secondes. La durée moyenne d'un appel vaut donc 5 minutes, 52 secondes et 8 dixièmes

2) La nouvelle série statistique est donc

Intervalle de durée	[0;4[	[4;8[	[8;12[
Effectif	14+16=30	25+15=40	17+13=30

Pour calculer la moyenne de cette série statistique, on prend en compte le milieu des classes, à savoir

Intervalle de durée	[0;4[	[4;8[	[8;12[
Milieu des classes	**2**	**6**	**10**
Effectif	30	40	30

La durée moyenne d'un appel calculée à partir de cette série vaut donc $\bar{x} = \frac{2\times 30+6\times 40+10\times 30}{100} = \frac{600}{100} = 6$ minutes

3) Selon la manière de regrouper les communications téléphoniques (donc seulement la présentation de la série statistique !), les résultats peuvent être différents